Classification des C-groupes abéliens par les quasi-ordres

Gabriel Lehéricy

31 Mai 2016

Résumé

On connaît deux exemples fondamentaux de C-groupes : ceux où la C-relation provient d'un ordre et ceux où la C-relation provient d'une valuation. Le but de mon exposé est d'utiliser les quasi-ordres pour montrer que toute C-relation d'un C-groupe abélien se construit à partir de ces deux exemples fondamentaux.

Les quasi-ordres sont naturellement liés aux C-relations : si (G, C) est un C-groupe, C induit naturellement un quasi-ordre défini par : $x \precsim y \Leftrightarrow \neg C(x, y, 0)$; on appelle C-quasi-ordre un quasi-ordre ainsi induit par une C-relation.

Dans mon exposé, je décrirai la structure d'un groupe abélien $(G, \precsim)$ muni d'un C-quasi-ordre $\precsim$; je montrerai en particulier que G peut se partitionner en ensembles convexes sur chacun desquels le quasi-ordre correspond soit à un ordre soit à une valuation et qu'on peut contruire $\precsim$ en "relevant" une chaîne $(\precsim_i)_{i \in I}$ de C-quasi-ordres définis sur des quotients G^i/G_i de sous-groupes de G, où chaque $\precsim_i$ est induit soit par un ordre soit par une valuation.

Références

[1] Françoise Delon : *C-minimal structures without the density assumption*, In Raf Cluckers, Johannes Nicaise et Julien Sebag, éditeurs : Motivic Integration and its Interactions with Model Theory and Non-Archimedean Geometry. Cambridge University Press, Berlin, 2011.